

## प्रश्नावली-4

## द्विघात समीकरण

**उदाहरण-1** निम्न स्थितियों को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए।

(1) जॉन और जीवन्ती दोनों के पास कुल मिलाकर 45 कंचे हैं। दोनों 5-5 कंचे खो देते हैं और अब उनके पास कंचों की संख्या का गुणनफल 124 है। आरम्भ में उनके पास कितने कंचे थे।

हल- माना आरम्भ में जॉन के पास  $x$  कंचे थे।  
तथा जीवन्ती के पास  $(45-x)$  कंचे थे।

5 कंचे खोने के बाद जॉन के पास बचे कंचे =  $(x-5)$   
तथा 5 कंचे खोने के बाद जीवन्ती के पास बचे कंचे =  $(45-x-5)$   
=  $(40-x)$

$$(x-5)(40-x) = 124$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 - 200 + 5x = 124$$

$$\Rightarrow 45x - x^2 - 200 - 124 = 0$$

$$\Rightarrow 45x - x^2 - 324 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 45x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow -(x^2 - 45x + 324) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 45x + 324 = 0}$$

**उदाहरण 1 (1)** एक कुटिर उद्योग एक दिन में कुछ खिलौने निर्मित करता है। प्रत्येक खिलौना का मूल्य (रुपये में) 55 में से एक दिने में निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या को घटाने से प्राप्त संख्या के बराबर है। किसी 1 दिन कुल निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या को घटाने से प्राप्त संख्या के बराबर है। किसी एक दिन कुल निर्माण लागत 750 रुपये थी। उस दिन निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या बताइए।

हल-

माना एक दिन में निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या  $x$  है।

प्रत्येक खिलौने का मूल्य =  $(55-x)$  रु.

निर्माण लागत = 750

$$\Rightarrow x(55-x) = 750$$

$$\Rightarrow 55x - x^2 = 750$$

$$\Rightarrow 0 = 750 + x^2 - 55x$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 55x + 750 = 0}$$

## प्रश्नावली 4.1

**प्रश्न-1** जौन क्रीजिट कि निम्न द्विघात समीकरण है?

(i)  $(x+1)^2 = 2(x-3)$

$$\Rightarrow x^2 + 1^2 + 2(x)(1) = 2x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 + 2x = 2x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + 7 = 0} \quad \text{यह द्विघात समीकरण है।}$$

(ii)  $x^2 - 2x = (-2)(3-x)$

$$\Rightarrow x^2 - 2x = -6 + 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 6 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 4x + 6 = 0} \quad \text{यह द्विघात समीकरण है।}$$

(iii)  $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2x - 2 = x^2 + 3x - x - 3$$

$$\Rightarrow -x - 2 = 2x - 3$$

$$\Rightarrow 0 = 2x - 3 + x + 2$$

$$\Rightarrow \boxed{3x - 1 = 0} \quad \text{यह द्विघात समीकरण नहीं है।}$$

(iv)  $(x-3)(2x+1) = x(x+5)$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 6x - 3 = x^2 + 5x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 - x^2 - 5x = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 10x - 3 = 0} \quad \text{यह द्विघात समीकरण है।}$$

(v)  $(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 3 = x^2 - x + 5x - 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x + 3 - x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 11x + 8 = 0} \quad \text{यह द्विघात समीकरण है।}$$

(vi)  $x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2^2 - 2(x)(2)$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 4 - 4x$$

$$\Rightarrow 3x + 1 - 4 + 4x = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{7x - 3 = 0} \quad \text{यह द्विघात समीकरण नहीं है।}$$

(vi)  $(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$

$$\Rightarrow x^3 + 2^3 + 3x^2(2) + 3(x)(2^2) = 2x^3 - 2x \quad [(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2]$$

$$\Rightarrow x^3 + 8 + 6x^2 + 12x = 2x^3 - 2x$$

$$\Rightarrow x^3 + 8 + 6x^2 + 12x - 2x^3 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow -x^3 + 6x^2 + 14x + 8 = 0 \quad \text{यह द्विघात समीकरण नहीं है।}$$

(vii)  $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 2^3 - 3x^2(2) + 3x(2^2) \quad [(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2]$$

$$\Rightarrow -4x^2 - x + 1 = -8 - 6x^2 + 12x$$

$$\Rightarrow -4x^2 - x + 1 + 8 + 6x^2 - 12x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 13x + 9 = 0 \quad \text{यह द्विघात समीकरण है।}$$

प्रश्न-2 (i) एक आयताकार भूखण्ड का क्षेत्रफल  $528 \text{ m}^2$  है। क्षेत्र की लम्बाई मीटर में चौड़ाई के दुगुने से अधिक है। भूखण्ड की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल-

माना चौड़ाई =  $x$  मीटर  
 अतः लम्बाई =  $(2x+1)$  मीटर  
 क्षेत्रफल =  $528 \text{ m}^2$   
 $\Rightarrow$  लम्बाई  $\times$  चौड़ाई =  $528$   
 $\Rightarrow (2x+1)x = 528$   
 $\Rightarrow 2x^2 + x = 528$   
 $\Rightarrow 2x^2 + x - 528 = 0$

(ii) दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 306 है। पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

हल-

माना दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक  $x, (x+1)$  हैं।

$$\Rightarrow x(x+1) = 306$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 306$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$$

(iii) रोहन की माँ उससे 26 वर्ष बड़ी है। उनकी आयु का गुणनफल अब से 3 वर्ष पश्चात् 360 हो जायेगा। रोहन की वर्तमान आयु क्या है?

|      | वर्तमान आयु | 3 वर्ष पश्चात् आयु |
|------|-------------|--------------------|
| रोहन | $x$         | $x+3$              |
| माँ  | $x+26$      | $x+29$             |

$$\Rightarrow (x+3)(x+29) = 360$$

$$\Rightarrow x^2 + 29x + 3x + 87 = 360$$

$$\Rightarrow x^2 + 32x + 87 - 360 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 32x - 273 = 0$$

- (iv) एक रेलगाड़ी 480 km की दूरी समय-बाल से तय करती है। यदि इसकी बाल 8 km/h कम होती तो वह उसी दूरी को तय करने में 3 घण्टे अधिक लेती रेलगाड़ी की बाल ज्ञात करो।

हल-

माना रेलगाड़ी की बाल =  $x$  km/h

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{बाल}} \Rightarrow x = \frac{480}{x} \text{ घण्टे}$$

$$\text{बाल} = (x-8) \text{ km/h}, \text{ दूरी} = 480 \text{ km}$$

$$\text{समय} = x+3$$

$$\Rightarrow \frac{\text{दूरी}}{\text{बाल}} = \frac{480}{x} + 3$$

$$\Rightarrow \frac{480}{x-8} = \frac{480}{x} + 3$$

$$\Rightarrow \frac{480}{x-8} - \frac{480}{x} = 3$$

$$\Rightarrow 480 \left( \frac{1}{x-8} - \frac{1}{x} \right) = 3$$

$$\Rightarrow 480 \left[ \frac{x - (x-8)}{x(x-8)} \right] = 3$$

$$\Rightarrow 480 (x - x + 8) = 3 x(x-8)$$

$$\Rightarrow \frac{480 \times 8}{3} = x(x-8)$$

$$\Rightarrow 1280 = x^2 - 8x$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 1280 = 0$$

**उदाहरण-3** गुणनखण्ड द्वारा समीकरण  $2x^2 - 5x + 3 = 0$  के हल ज्ञात कीजिए।

हल-

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 3x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) - 3(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (2x-3)(x-1) = 0$$

$$2x-3=0, \quad x-1=0$$

$$\Rightarrow 2x = 3$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

**उदाहरण-4** द्विघात समीकरण  $6x^2 - x - 2 = 0$  के हल ज्ञात कीजिए।

हल-

$$6x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 4x + 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(3x-2) + 1(3x-2) = 0$$

$$\Rightarrow (3x-2)(2x+1) = 0$$

$$\Rightarrow 3x-2=0, \quad 2x+1=0$$

$$\Rightarrow 3x = 2, \quad 2x = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

**उदाहरण-5** द्विघात समीकरण  $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$  के हल ज्ञात कीजिए।

हल-

$$3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}\sqrt{3}x^2 - \sqrt{3}\sqrt{2}x - \sqrt{2}\sqrt{3}x + \sqrt{2}\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$$

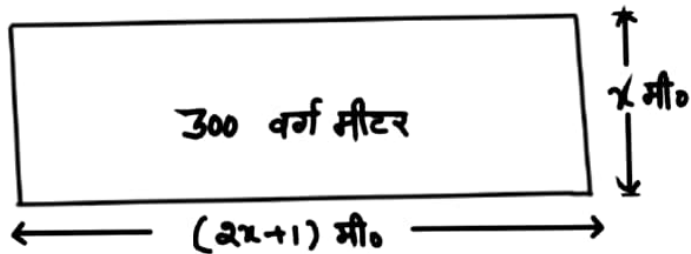
$$\Rightarrow \sqrt{3}x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{अतः मूल} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ व } \sqrt{\frac{2}{3}}$$

**उदाहरण-6** एक धर्मार्थ ट्रस्ट 300 वर्ग मीटर क्षेत्रफल का प्रार्थना कक्ष बनाना चाहता है, जिसकी लम्बाई उसकी चौड़ाई के दो गुने से 1 मीटर अधिक हो। कक्ष की लम्बाई और चौड़ाई क्या होनी चाहिए?

हल-



माना कक्षा की चौड़ाई =  $x$  मीटर  
अतः कक्षा की लम्बाई =  $2x+1$  मीटर

$$\text{क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$$

$$\Rightarrow 300 = (2x+1)x$$

$$\Rightarrow 300 = 2x^2 + x$$

$$2x^2 + x - 300 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 25x - 24x - 300 = 0$$

$$\Rightarrow x(2x+25) - 12(2x+25) = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 25 = 0, \quad x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = -25$$

$$x = 12$$

$$x = \frac{-25}{2} \text{ नकारण्य मानने पर}$$

कक्षा की चौड़ाई  $x = 12$  मी०

कक्षा की लम्बाई  $2x+1 = 2(12)+1 = 25$  मी०



## प्रश्नोत्तरी-4.2

**प्रश्न-1** गुणवत्ता विधि से निम्न द्विघात समीकरणों के हल ज्ञात करो ।

**(i)**  $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x-5=0, \Rightarrow x+2=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x=5} \quad \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

**(ii)**  $2x^2 + x - 6 = 0$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x+2) - 3(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x+2=0, \quad 2x-3=0$$

$$\boxed{x=-2}$$

$$2x=3$$

$$\boxed{x=\frac{3}{2}}$$

**(iii)**  $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 2x + 5x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}\sqrt{2}x + 5x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}x+5)(x+\sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x+5=0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x = -5$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{5}{\sqrt{2}}}$$

$$, \quad x+\sqrt{2}=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -\sqrt{2}}$$

**(iv)**  $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

$$\Rightarrow 2x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{16x^2 - 8x + 1}{8} = 0$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x(4x-1) - 1(4x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x-1)(4x-1) = 0$$

$$\Rightarrow 4x-1=0, \quad 4x-1=0$$

$$\Rightarrow 4x=1, \quad 4x=1$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{4}}$$

$$(v) 100x^2 - 20x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 100x^2 - 20x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 10x(10x-1) - 1(10x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (10x-1)(10x-1) = 0$$

$$\Rightarrow 10x-1=0 \quad 10x-1=0$$

$$10x = 1$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$10x = 1$$

$$x = \frac{1}{10}$$

**प्रश्न 2** उदाहरण 1 में दी गई समस्याओं को हल कीजिए।

उदाहरण-1 निम्न स्थितियों को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) जॉन और जीवन्ती दोनों के पास कुल मिलाकर 45 कंचे हैं। दोनों 5-5 कंचे खो देते हैं और अब उनके पास कंचों की संख्या का गुणनफल 124 है। आरम्भ में उनके पास कितने कंचे थे।

हल- माना आरम्भ में जॉन के पास  $x$  कंचे थे।  
तथा जीवन्ती के पास  $(45-x)$  कंचे थे।

5 कंचे खोने के बाद जॉन के पास बचे कंचे =  $(x-5)$   
तथा 5 कंचे खोने के बाद जीवन्ती के पास बचे कंचे =  $(45-x-5)$   
=  $(40-x)$

$$(x-5)(40-x) = 124$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 - 200 + 5x = 124$$

$$\Rightarrow 45x - x^2 - 200 - 124 = 0$$

$$\Rightarrow 45x - x^2 - 324 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 45x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow -(x^2 - 45x + 324) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 45x + 324 = 0$$

$$x^2 - 45x + 324 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 36x - 9x + 324 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-36) - 9(x-36) = 0$$

$$\Rightarrow (x-36)(x-9) = 0$$

$$x = 36$$

$$x = 9$$

(ii) एक कुटिर उद्योग एक दिन में कुछ खिलौने निर्मित करता है। उल्लेख खिलौना का मूल्य (रुपये में) 35 है। एक दिन में निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या को घटाने से प्राप्त संख्या के बराबर है। किसी 1 दिन कुल निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या को घटाने से प्राप्त संख्या के बराबर है। किसी एक दिन कुल निर्माण लागत ₹50 रुपये थी। उस दिन निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या बताइए।



उदा-

माना एक दिन में निर्माण किए गए खिलौने की संख्या  $x$  है।  
उत्प्रेरक खिलौने का मूल्य =  $(55-x)$  रु.  
निर्माण लागत = 750

$$\Rightarrow x(55-x) = 750$$

$$\Rightarrow 55x - x^2 = 750$$

$$\Rightarrow 0 = 750 + x^2 - 55x$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 55x + 750 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 - 55x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 30x - 25x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-30) - 25(x-30) = 0$$

$$\Rightarrow (x-30)(x-25) = 0$$

$$x-30=0, \quad x-25=0$$

$$\boxed{x=30}$$

$$\boxed{x=25}$$

प्रश्न 3 ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका योग 27 हो और गुणनफल 182 हो।

हल- माना दो संख्याएँ  $x$  तथा  $(27-x)$  हैं।

$$\Rightarrow x(27-x) = 182$$

$$\Rightarrow 27x - x^2 = 182$$

$$\Rightarrow 0 = 182 - 27x + x^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 27x + 182 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x - 13x + 182 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-14) - 13(x-14) = 0$$

$$\Rightarrow (x-14)(x-13) = 0$$

$$\boxed{x=14}$$

$$\boxed{x=13}$$

प्रश्न 4 दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो।

हल-

माना दो क्रमागत धन पूर्णांक  $x$  तथा  $(x+1)$  हैं।  
वर्गों का योग = 365

$$\Rightarrow x^2 + (x+1)^2 = 365$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 1^2 + 2(x \cdot 1) = 365$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x = 365 - 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x = 364$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + x) = 364$$

$$\Rightarrow x^2 + x = \frac{364}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 182$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x^2 + x - 182 = 0 \\
 &\Rightarrow x^2 + 14x - 13x - 182 = 0 \\
 &\Rightarrow x(x+14) - 13(x+14) = 0 \\
 &\Rightarrow (x+14) = 0, \quad x-13 = 0 \\
 &\quad \boxed{x = -14} \quad \boxed{x = 13}
 \end{aligned}$$

गणितीय प्रमाण

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \text{यदि शर्तों के } x = 13 \\
 &\quad x+1 = 14
 \end{aligned}$$

**प्रश्न 5** एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई इसके आधार से 7 cm कम है। यदि कर्ण 13 cm का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए।  
हल -

$$\begin{aligned}
 \text{माना आधार} &= x \text{ cm} \\
 \text{अतः ऊँचाई} &= (x-7) \text{ cm}
 \end{aligned}$$

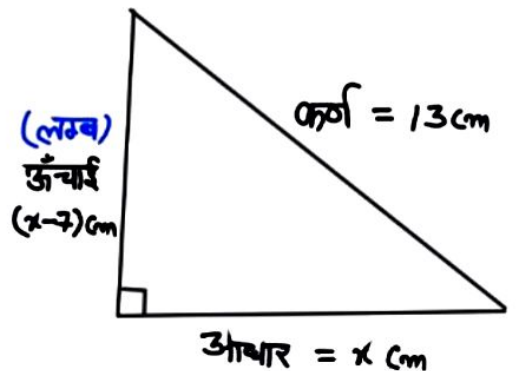
पाइथागोरस प्रमेय  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2 = (\text{कर्ण})^2$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow (x-7)^2 + x^2 = (13)^2 \\
 &\Rightarrow x^2 + 7^2 - 2(x)(7) + x^2 = 169 \\
 &\Rightarrow x^2 + 49 - 14x + x^2 = 169 \\
 &\Rightarrow 2x^2 - 14x + 49 - 169 = 0 \\
 &\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0 \\
 &\Rightarrow 2(x^2 - 7x - 60) = 0 \\
 &\Rightarrow \boxed{x^2 - 7x - 60 = 0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0 \\
 &\Rightarrow x(x-12) + 5(x-12) = 0 \\
 &\Rightarrow (x-12)(x+5) = 0 \\
 &\quad x-12=0, \quad x+5=0 \\
 &\quad \boxed{x=12} \quad \boxed{x=-5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \text{आधार} = 12 \text{ cm}, \quad \text{ऊँचाई} = x-7 = 12-7 = 5 \text{ cm} \\
 &\quad \text{ऊँचाई} = 5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$



**प्रश्न 6** एक कुटिर उद्योग एक दिन में कुछ वर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन में देखा गया कि प्रत्येक नग की निर्माण लागत (रुपयों में) उस दिन के निर्माण किए वर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत 30 रुपये थी तो निर्मित वर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात की।

हल-

माना निर्मित वर्तनों की संख्या  $x$  हैं।  
अतः प्रत्येक भाग की निर्माण लागत  $= (2x+3)$  रुपये

कुल निर्माण लागत  $= 30$  रुपये

$$\Rightarrow x(2x+3) = 30$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 30$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x + 15x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-6) + 15(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow (2x+15)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow 2x+15=0, \quad x-6=0$$

$$2x = -15$$

$$x = 6$$

$$x = \frac{-15}{2}$$

$$\Rightarrow \text{वर्तनों की संख्या} = 6$$

$$\text{प्रत्येक भाग की लागत} = 2(6)+3 = 15 \text{ रुपये}$$

उदाहरण-7 उदाहरण 3 में दिया गया समीकरण पूर्ण वर्ग बनाने की विधि से हल कीजिए।

हल-  $2x^2 - 5x + 3 = 0$

2 से भाग देने पर -

$$\Rightarrow \frac{2x^2}{2} - \frac{5x}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{5x}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{5x}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25-24}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5+1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow x - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\boxed{x = 1}$$

$x$  के गुणांक का अक्ष का वर्ग जोड़ना है और घटाना है।

**उदाहरण-8** श्रृंखला वर्ग बनाने की विधि से समीकरण  $5x^2 - 6x - 2 = 0$  के हल ज्ञात कीजिए।

हल -  $5x^2 - 6x - 2 = 0$  5 से भाग देने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{5x^2}{5} - \frac{6x}{5} - \frac{2}{5} = \frac{0}{5}$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{6x}{5} - \frac{2}{5} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{6x}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{2}{5} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{9}{25} - \frac{2}{5} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} + \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9+10}{25}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{19}{25}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3}{5} = \pm \sqrt{\frac{19}{25}}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{19}}{5} \quad \Rightarrow x - \frac{3}{5} = \frac{-\sqrt{19}}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{19}}{5} + \frac{3}{5} \quad \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{19}}{5} + \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{\sqrt{19}+3}{5}} \quad \Rightarrow \boxed{x = \frac{-\sqrt{19}+3}{5}}$$

**उदाहरण-9** श्रृंखला वर्ग बनाने की विधि से समीकरण  $4x^2 + 3x + 5 = 0$  के हल ज्ञात कीजिए।

हल -  $4x^2 + 3x + 5 = 0$  4 से भाग देने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{4x^2}{4} + \frac{3x}{4} + \frac{5}{4} = \frac{0}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{3x}{4} + \frac{5}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{3x}{4} + \left(\frac{3}{8}\right)^2 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 + \frac{5}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{8}\right)^2 - \frac{9}{64} + \frac{5}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} - \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9-80}{64}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{-71}{64}$$

किसी संख्या का वर्ग ऋणात्मक नहीं हो सकता।

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के हल विद्यमान नहीं हैं।

**उदाहरण-10** प्रश्नावली 4.1 के प्रश्न संख्या 20) को द्विघाती स्वरूप से हल कीजिए।

प्रश्न-20) एक आयताकार भूखण्ड का क्षेत्रफल  $528 \text{ m}^2$  है। क्षेत्र की लम्बाई मीटर में चौड़ाई के दुगुने से अधिक है। भूखण्ड की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल-

$$\text{माना चौड़ाई} = x \text{ मीटर}$$

$$\text{अतः लम्बाई} = (2x+1) \text{ मीटर}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 528 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} = 528$$

$$\Rightarrow (2x+1)x = 528$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x = 528$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 528 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 528 = 0$$

$$a = 2, \quad b = 1, \quad c = -528$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(-528)}}{2(2)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4224}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{4225}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm 65}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 + 65}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{64}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 16}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 - 65}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-66}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{33}{2}}$$

द्विघाती स्वरूप (श्रीधराचार्य स्वरूप)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(लम्बाई ऋणात्मक नहीं हो सकती)

$$\text{चौड़ाई} = x = 16 \text{ m}$$

$$\text{लम्बाई} = 2x+1 = 2(16)+1 = 33 \text{ m}$$



**उदाहरण-11** दो ऐसे क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 290 हो।

हल-

माना दो क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांक  $x$  तथा  $(x+2)$  हैं।

$$\Rightarrow x^2 + (x+2)^2 = 290$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 2^2 + 2(x)(2) = 290$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4 + 4x = 290$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 4 - 290 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 286 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + 2x - 143) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + 2x - 143 = 0}$$

$$a = 1, \quad b = 2, \quad c = -143$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-143)}}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 572}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{576}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm 24}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 + 24}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{22}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 11}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 - 24}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-26}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -13}$$

**उदाहरण-12** एक ऐसे आयताकार पार्क को बनाना है जिसकी चौड़ाई इसकी लम्बाई से 3m कम हो। इसका क्षेत्रफल पहले से निर्मित समद्वि बाहु त्रिभुजाकार पार्क जिसका आधार आयताकार पार्क की चौड़ाई के बराबर तथा ऊँचाई 12m है, से 4 वर्ग मीटर अधिक हो। आयताकार पार्क की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करो।

हल-

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई  $\times$  चौड़ाई

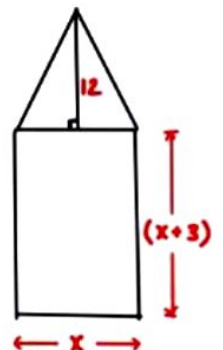
$$(x+3) \times (x)$$

$$\boxed{x^2 + 3x}$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times$  आधार  $\times$  ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times x \times 12$$

$$= 6x$$



आयत का क्षेत्रफल = त्रिभुज का क्षेत्रफल + 4

$$\Rightarrow x^2 + 3x = 6x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 6x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-4) + 1(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x-4 = 0 \quad x+1 = 0$$

$$\boxed{x=4} \text{ मीटर } \boxed{x=-1}$$

अतः चौड़ाई = 4 मीटर

लम्बाई =  $x+3$

=  $4+3 = 7$  मीटर

**उदाहरण-13** निम्न द्विघात समीकरणों के हल, यदि उनका अस्तित्व हो तो द्विघाती स्वरूप का उपयोग करके ज्ञात कीजिए।

(i)  $3x^2 - 5x + 2 = 0$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$a = 3, b = -5, c = 2$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(2)$$

$$= 25 - 24 = 1$$

खलों का अस्तित्व है।

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2(3)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} \quad \bigg| \quad \Rightarrow x = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\boxed{x=1}$$

$$\boxed{x = \frac{2}{3}}$$

(ii)  $x^2 + 4x + 5 = 0$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 5 = 0$$

$a = 1, b = 4, c = 5$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(5)$$

$$16 - 20$$

$$\Rightarrow \boxed{b^2 - 4ac = -4}$$

$b^2 - 4ac < 0$  (त्रिभुज)  
खलों का अस्तित्व नहीं है।

$b^2 - 4ac \geq 0$  (धनात्मक)  
खलों का अस्तित्व है।

$b^2 - 4ac < 0$  (ऋणात्मक)  
खलों का अस्तित्व नहीं है।

$$(iii) 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

$$a = 2, b = -2\sqrt{2}, c = 1$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-2\sqrt{2})^2 - 4(2)(1)$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 4(2) - 8$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 8 - 8$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

मूलों का अस्तित्व है।

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-2\sqrt{2}) \pm \sqrt{0}}{2(2)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{2} \pm 0}{2(2)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{2(2)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{मूल} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$$

उदाहरण-14 निम्न समीकरणों के मूल ज्ञात करो-

$$(i) x + \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 3x$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$a = 1, b = -3, c = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3-4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

तथा

$$x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$(11) \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 3 \quad x \neq 0, 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{x-2-x}{x(x-2)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{x(x-2)} = 3$$

$$\Rightarrow -2 = 3x(x-2)$$

$$\Rightarrow -2 = 3x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow -2 = 3x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -6, \quad c = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 3}}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6} = \frac{2(3 + \sqrt{3})}{6} = \boxed{\frac{3 + \sqrt{3}}{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{6} = \frac{2(3 - \sqrt{3})}{6} = \boxed{\frac{3 - \sqrt{3}}{3}}$$

**उदाहरण-15** एक मोटर बोट, जिसकी स्थिर जल में चाल  $18 \text{ km/h}$  है,  $24 \text{ km}$  धारा के प्रतिकूल जाने में, वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा  $1$  घण्टा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

धारा के प्रतिकूल



$$\text{चाल} = (18 - x) \text{ km/h}$$

धारा के अनुकूल



$$\text{चाल} = (18 + x) \text{ km/h}$$

$$\text{धारा के प्रतिकूल 24 km जाने में लगा समय} = \text{धारा के अनुकूल 24 km जाने में लगा समय} + 1$$

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{वेग}}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{18-x} = \frac{24}{18+x} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$$

$$\Rightarrow 24 \left( \frac{1}{18-x} - \frac{1}{18+x} \right) = 1$$

$$\Rightarrow 24 \left[ \frac{(18+x) - (18-x)}{(18-x)(18+x)} \right] = 1$$

$$\Rightarrow 24 \left[ \frac{18+x - 18+x}{(18)^2 - x^2} \right] = 1$$

$$\Rightarrow \frac{24(2x)}{324 - x^2} = 1 \Rightarrow \frac{48x}{324 - x^2} = 1$$

$$\Rightarrow 48x = 324 - x^2$$

$$\Rightarrow 48x - 324 + x^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + 48x - 324 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+54) - 6(x+54) = 0$$

$$\Rightarrow (x+54)(x-6) = 0$$

$$x+54=0 \quad ; \quad x-6=0$$

$$\boxed{x = -54} \quad , \quad \boxed{x = 6}$$

(चाल ऋणात्मक  
नहीं हो सकती)

$$\Rightarrow \boxed{x = 6 \text{ km/h}}$$



**प्रश्न 1** यदि निम्नलिखित द्विघात समीकरण के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग बनाने की विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$a = 2, b = -7, c = 3$

$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4(2)(3)$

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 49 - 24$

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 25$

मूलों का अस्तित्व है।

$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0$

2 से भाग देने पर

$\Rightarrow \frac{2x^2}{2} - \frac{7x}{2} + \frac{3}{2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{7x}{2} + \frac{3}{2} = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{7x}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$

$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{49}{16} + \frac{3}{2} = 0$

$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49 - 24}{16}$

$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

$\Rightarrow x - \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$

$\Rightarrow x - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{7}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5+7}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{12}{4}$

$x = 3$

$x - \frac{7}{4} = \pm \sqrt{\frac{25}{16}}$

$\Rightarrow x - \frac{7}{4} = -\frac{5}{4}$

$\Rightarrow x = -\frac{5}{4} + \frac{7}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{7-5}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$

(ii)  $2x^2 + x - 4 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + x - 4 = 0$

$a = 2, b = 1, c = -4$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(2)(-4)$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 1 + 32$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 33$$

मूलों का अस्तित्व है।

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 4 = 0$$

2 से भाग देने पर

$$\Rightarrow \frac{2x^2}{2} + \frac{x}{2} - \frac{4}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{32}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1+32}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{4} = \pm \sqrt{\frac{33}{16}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\boxed{x = \frac{\sqrt{33}-1}{4}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\boxed{x = \frac{-\sqrt{33}-1}{4}}$$

(iii)  $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$a = 4, \quad b = 4\sqrt{3}, \quad c = 3$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (4\sqrt{3})^2 - 4(4)(3)$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 16(3) - 48$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 48 - 48$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

मूलों का अस्तित्व है।

$$\Rightarrow 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

4 से भाग देने पर

$$\Rightarrow \frac{4x^2}{4} + \frac{4\sqrt{3}x}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \sqrt{3}x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{संल} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(iv)  $2x^2 + x + 4 = 0$

$$2x^2 + x + 4 = 0$$

$$a = 2, \quad b = 1, \quad c = 4$$

$$b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(2)(4)$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 1 - 32$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = -31$$

संलो का अस्तित्व नहीं है।

प्रश्न 2

(i)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$a = 2, \quad b = -7, \quad c = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7+5}{4} \quad \Rightarrow x = \frac{7-5}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{4} \quad \Rightarrow x = \frac{2}{4}$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$(ii) 2x^2 + x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 4 = 0$$

$$a = 2, b = 1, c = -4$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(2)(-4)}}{2(2)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+32}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$$

$$, x = \frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$$

$$(iii) 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4(4)(3)}}{2(4)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{16(3) - 48}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{48 - 48}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} \pm 0}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} + 0}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3}}{8}$$

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3} - 0}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4\sqrt{3}}{8}$$

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

**प्रश्न-3** निम्न समीकरणों के हल ज्ञात कीजिए-

(i)  $x - \frac{1}{x} = 3$  ,  $x \neq 0$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = 3 \quad , \quad x \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 3x$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 3x - 1 = 0}$$

$$a = 1, \quad b = -3, \quad c = -1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}}$$

$$\boxed{x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}}$$

(ii)  $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$  ,  $x \neq -4, 7$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-7) - (x+4)}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{x-7 - x-4}{x^2 - 7x + 4x - 28} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{-11}{x^2 - 3x - 28} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow -30 = x^2 - 3x - 28$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 28 + 30$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 3x + 2 = 0}$$



$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x-1=0 \quad x-2=0$$

$$\boxed{x=1}$$

$$\boxed{x=2}$$

**प्रश्न-4** 3 वर्ष पूर्व रहमान की आयु (वर्षों में) का व्युत्क्रम और अब से 5 वर्ष परन्तत आयु के व्युत्क्रम का योग  $\frac{1}{3}$  है। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल - माना रहमान की वर्तमान आयु  $x$  वर्ष है

रहमान की 3 वर्ष पूर्व आयु =  $(x-3)$  वर्ष

रहमान की 5 वर्ष परन्तत आयु =  $(x+5)$  वर्ष

$$\Rightarrow \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x+5 + x-3}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+5x-3x-15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x-15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 6x+6 = x^2+2x-15$$

$$\Rightarrow 0 = x^2+2x-15-6x-6$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 4x - 21 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-7) + 3(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow (x-7)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x-7=0 \quad x+3=0$$

$$\boxed{x=7}$$

$$\boxed{x=-3}$$

$\Rightarrow$  रहमान की वर्तमान आयु 7 वर्ष है।

**प्रश्न-5** एक क्लास टेस्ट में रोफाली के गणित और अंग्रेजी में प्राप्त किए गए अंकों का योग 30 है। यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले थे तो उनके अंकों का गुणफल 210 होता है। उसके द्वारा दोनों विषयों में प्राप्त किए अंक ज्ञात कीजिए।

हल - माना रोफाली ने गणित में  $x$  अंक प्राप्त किए।

$$\Rightarrow \text{गणित के अंक} + \text{अंग्रेजी के अंक} = 30$$

$$\Rightarrow x + \text{अंग्रेजी के अंक} = 30$$

$$= \text{अंग्रेजी के अंक} = (30-x)$$

⇒ यदि गणित में 2 अंक अधिक मिले तो गणित के अंक =  $(x+2)$

⇒ यदि अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले तो अंग्रेजी के अंक =  $30-x-3$   
 $= (27-x)$

$$\Rightarrow (x+2)(27-x) = 210$$

$$\Rightarrow 27x - x^2 + 54 - 2x = 210$$

$$\Rightarrow 25x - x^2 + 54 = 210$$

$$\Rightarrow 0 = 210 - 25x + x^2 - 54$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 25x + 156 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x + 156 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x - 13x + 156 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-12) - 13(x-12) = 0$$

$$\Rightarrow (x-12)(x-13) = 0$$

$$\Rightarrow x-12=0, \quad x-13=0$$

$$\boxed{x=12}$$

$$\boxed{x=13}$$

गणित के अंक = 12

अंग्रेजी के अंक =  $30-12$   
 $= 18$

गणित के अंक = 13

अंग्रेजी के अंक =  $30-13$   
 $= 17$

**प्रश्न-6** एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मीटर अधिक लम्बा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मीटर अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात करो।

हल -

⇒ पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow (\text{कर्ण})^2 = (\text{आधार})^2 + (\text{ऊर्ध्व})^2$$

$$\Rightarrow (x+60)^2 = (x+30)^2 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + (60)^2 + 2(x)(60) = x^2 + (30)^2 + 2(x)(30) + x^2$$

$$\Rightarrow 3600 + 120x = 900 + 60x + x^2$$

$$\Rightarrow 0 = 900 + 60x + x^2 - 3600 - 120x$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 60x - 2700 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-90) + 30(x-90) = 0$$

$$\Rightarrow (x-90)(x+30) = 0$$

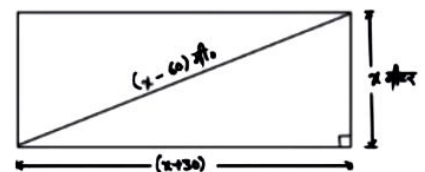
$$\Rightarrow x-90=0, \quad x+30=0$$

$$\boxed{x=90}$$

$$\boxed{x=-30}$$

⇒ चौड़ाई = 90 मीटर

⇒ लम्बाई =  $(90+30) = 120$  मीटर



**प्रश्न-7** दो संख्याओं के वर्गों का अन्तर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का 8 गुना है।  
दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल-

माना दो संख्याएँ  $x$  एवं  $y$  हैं। ( $x > y$ )

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = 180 \quad \text{--- (1)}$$

$$\Rightarrow y^2 = 8x \quad \text{--- (2)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x = 180$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-18) + 10(x-18) = 0$$

$$\Rightarrow (x+10)(x-18) = 0$$

$$\Rightarrow x+10 = 0 \quad , \quad x-18 = 0$$

$$x = -10$$

$$x = 18$$

समीकरण (2)  $\rightarrow y^2 = 8(18)$

$$\Rightarrow y^2 = 144$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{144}$$

$$\Rightarrow y = \pm 12$$

$$18, 12$$

$$18, -12$$

**प्रश्न-8** एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 km की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

हल-

माना चाल =  $x$  km/h

$$\Rightarrow \text{दूरी} = 360 \text{ km}$$

$$\Rightarrow \text{समय} = \left(\frac{360}{x}\right) \text{ hours}$$

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$\Rightarrow \text{दूरी} = 360 \text{ km}$$

$$\Rightarrow \text{चाल} = (x+5) \text{ km/h}$$

यात्रा का समय = पूर्व समय - 1

$$\Rightarrow \frac{360}{x-5} = \frac{360}{x} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{360}{x-5} - \frac{360}{x} = -1$$

$$\Rightarrow 360 \left( \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x} \right) = -1$$

$$\Rightarrow 360 \left[ \frac{x - (x-5)}{x(x-5)} \right] = -1$$

$$\Rightarrow 360 \left( \frac{x-x-5}{x^2+5x} \right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{-1800}{x^2+5x} = -1$$

$$\Rightarrow 1800 = x^2 + 5x$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + 5x - 1800 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

$$a = 1, \quad b = 5, \quad c = -1800$$

$$\Rightarrow = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(-1800)}}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 7200}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm 85}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5+85}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5-85}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{80}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-90}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 40}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -45}$$

(ऋणात्मक संभव नहीं)

**प्रश्न-9** दो पानी के नल एक साथ एक होज को  $9\frac{3}{8}$  घण्टों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल होज को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घण्टे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से होज को भरने के समय ज्ञात कीजिए।

हल-

माना कम व्यास वाला नल होज को भरने में  $x$  घण्टे का समय लेता है।

अतः बड़े व्यास वाला नल होज को भरने में  $(x-10)$  घण्टे का समय लेता है।

$$\Rightarrow \text{कम व्यास वाले नल का 1 घण्टे का काम} = \frac{1}{x}$$

$$\text{बड़े व्यास वाले नल का 1 घण्टे का काम} = \frac{1}{x-10}$$

$$\Rightarrow \text{दोनों नलों द्वारा होज भरने का समय} = 9\frac{3}{8} \text{ घण्टे} = \frac{75}{8} \text{ घंटे}$$

$$\Rightarrow \text{दोनों नलों द्वारा 1 घंटे में भरा गया होज} = \left( \frac{1}{x} \right) = \frac{8}{75}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow \frac{x-10+x}{x(x-10)} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-10}{x^2-10x} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow 150x - 750 = 8x^2 - 80x$$

$$\Rightarrow 0 = 8x^2 - 80x - 150x + 750$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 230x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow 2(4x^2 - 115x + 375) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{4x^2 - 115x + 375 = 0}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 115x + 375 = 0$$

$$a = 4, \quad b = -115, \quad c = 375$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-115) \pm \sqrt{(-115)^2 - 4(4)(375)}}{2(4)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pm \sqrt{13225 - 6000}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{115 \pm \sqrt{7225}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{115 \pm 85}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{115 + 85}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{200}{8}$$

$$\Rightarrow x = 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{115 - 85}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{8}$$

$$\Rightarrow x = 3.75$$

$$\Rightarrow \text{बड़े नल का समय} = x - 10$$

$$25 - 10 = 15 \text{ घंटे}$$

$$\Rightarrow \text{छोटे नल का समय} = x = 25 \text{ घंटे}$$

**उदा-10** मैसूर और बेंगलूर के बीच के 132 km यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, संवारी गाड़ी से 1 घंटा समय कम लेती है। यदि एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल, संवारी गाड़ी की औसत चाल से 11 km/h अधिक हो, तो दोनों रेलगाड़ियों की औसत चाल ज्ञात करो।

हल-

माना संवारी गाड़ी की औसत चाल  $x$  km/h है।

अतः एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल  $(x+11)$  km/h है।



$$\text{दूरी} = 132 \text{ Km}$$

$$\text{एक्सप्रेस रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय} = \text{सवारी गाड़ी द्वारा लिया गया समय} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{132}{x+11} = \frac{132}{x} - 1$$

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$\Rightarrow \frac{132}{x+11} - \frac{132}{x} = -1$$

$$\Rightarrow 132 \left( \frac{1}{x+11} - \frac{1}{x} \right) = -1$$

$$\Rightarrow 132 \left[ \frac{x - (x+11)}{(x+11)x} \right] = -1$$

$$\Rightarrow 132 \left( \frac{x - x - 11}{x^2 + 11x} \right) = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{1452}{x^2 + 11x} = -1$$

$$\Rightarrow 1452 = x^2 + 11x$$

$$\Rightarrow x^2 + 11x - 1452 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 44x - 33x - 1452 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+44) - 33(x+44) = 0$$

$$\Rightarrow (x-33)(x+44) = 0$$

$$\Rightarrow x-33=0, \quad x+44=0$$

$$x = 33 \text{ Km/h}$$

$$x = -44$$

अतः सवारी गाड़ी की औसत चाल  $x = 33 \text{ Km/h}$

एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल  $x+11 = 33+11 = 44 \text{ Km/h}$

**उत्तर-11** दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग  $468 \text{ m}^2$  है। यदि उनके परिमापों का अन्तर  $24 \text{ m}$  हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।



$$\text{परिमाण} = 4x$$



$$\text{परिमाण} = 4y$$

$$\Rightarrow \text{क्षेत्रफलों का योग} = 468$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 468 \quad \text{--- (1)}$$

$$\Rightarrow \text{परिमाणों का अन्तर} = 24 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 4x - 4y = 24$$

$$\Rightarrow 4(x - y) = 24$$

$$\Rightarrow x - y = 6 \quad \text{--- (2)}$$

$$\Rightarrow x = y + 6 \quad \text{--- (3)}$$

समीकरण (1) में  $y$  का मान रखने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow (y+6)^2 + y^2 = 468$$

$$\Rightarrow y^2 + 6^2 + 2(y)(6) + y^2 = 468$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 12y + 36 = 468$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 12y = 468 - 36$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 12y = 432$$

$$\Rightarrow 2(y^2 + 6y) = 432$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y = \frac{432}{2}$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y = 216$$

$$\Rightarrow \boxed{y^2 + 6y - 216 = 0}$$

$$\Rightarrow y^2 + 18y - 12y - 216 = 0$$

$$\Rightarrow y(y+18) - 12(y+18) = 0$$

$$\Rightarrow (y-12)(y+18) = 0$$

$$\Rightarrow y-12 = 0 \quad , \quad \Rightarrow y+18 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{y=12} \text{ म.} \quad \Rightarrow \boxed{y=-18} \text{ (ऋणात्मक संभव नहीं)}$$

समीकरण (3) से  $\rightarrow$

$$\Rightarrow x = 12 + 6$$

$$\Rightarrow \boxed{x=18} \text{ म.}$$

**उदाहरण-16** दियात समीकरण  $2x^2 - 4x + 3 = 0$  का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

हल-

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{विविक्तकर} &= b^2 - 4ac \\ &= (-4)^2 - 4(2)(3) \\ &= 16 - 24 \\ &= -8 \text{ (ऋणात्मक)} \end{aligned}$$

इस दियात समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

1.  $b^2 - 4ac > 0$   
दो भिन्न वास्तविक मूल
2.  $b^2 - 4ac = 0$   
सम्यक्ती वास्तविक मूल,  
(दोनों मूल समान)
3.  $b^2 - 4ac < 0$   
(कोई वास्तविक मूल नहीं)

**उदाहरण-17** 13 मीटर व्यास वाले वृत्ताकार पार्क की परिसीमा के एक बिन्दु पर एक खम्भा इस प्रकार गाड़ना है कि इस पार्क के एक व्यास के दोनों अन्त बिन्दुओं पर वन फाटकों A और B से खम्भे की दूरियों का अन्तर 7 मीटर हो। क्या ऐसा करना संभव है? यदि है तो फाटकों से कितनी दूरियों पर खम्भा गाड़ना है?

हल -

दिया है,  $AP - BP = 7$

$$\Rightarrow AP - x = 7$$

$$\Rightarrow AP = (x+7) \text{ m.}$$

पाइथागोरस प्रमेय से →

$$\Rightarrow (\text{कर्ण})^2 = (\text{आधार})^2 + (\text{लम्ब})^2$$

$$\Rightarrow (13)^2 = (x+7)^2 + (x)^2$$

$$\Rightarrow 169 = x^2 + 7^2 + 2(x)(7) + x^2$$

$$\Rightarrow 169 = 2x^2 + 14x + 49$$

$$\Rightarrow 0 = 2x^2 + 14x + 49 - 169$$

$$\Rightarrow 0 = 2x^2 + 14x - 120$$

$$\Rightarrow 0 = 2(x^2 + 7x - 60)$$

$$\Rightarrow = \boxed{x^2 + 7x - 60}$$

$$\Rightarrow x^2 + 7x - 60$$

$$a = 1, \quad b = 7, \quad c = -60$$

$$\text{विभक्तकर} = b^2 - 4ac$$

$$= (7)^2 - 4(1)(-60)$$

$$= 49 + 240$$

$$= 289 \text{ (द्वारा 17)} \\ \Rightarrow 17$$

मूल संभव है तथा दो भिन्न मूल हैं।

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-7 \pm 17}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-7+17}{2}, \quad \frac{-7-17}{2}$$

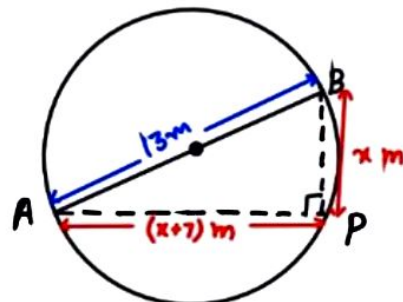
$$\Rightarrow x = \frac{10}{2}, \quad \Rightarrow x = \frac{-24}{2}$$

$$\Rightarrow BP = \boxed{x = 5} \text{ मीटर}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -12}$$

$$\Rightarrow AP = (x+7) \text{ m} = 5+7$$

$$\Rightarrow \boxed{AP = 12} \text{ मीटर}$$



**उदाहरण - 18** द्विघात समीकरण  $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$  का विविक्तता जात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति जात कीजिए। यदि वे वास्तविक हैं तो उन्हें जात कीजिए।

हल -

$$\Rightarrow 3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$$

$$a = 3, \quad b = -2, \quad c = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{विविक्तता} &= b^2 - 4ac \\ &= (-2)^2 - 4(3)\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= 4 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  दिए गए द्विघात समीकरण के संगत वास्तविक मूल हैं।

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm 0}{2(3)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{\text{मूल} = \frac{1}{3}, \frac{1}{3}}$$

#### प्रश्नावली 4.4

**प्रश्न-1** निम्न द्विघात समीकरणों के मूलों की प्रकृति जात कीजिए। यदि मूलों का अस्तित्व हो तो उन्हें जात कीजिए।

(i)  $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$a = 2, \quad b = -3, \quad c = 5$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow b^2 - 4ac &= (-3)^2 - 4(2)(5) \\ &= 9 - 40 \\ &= -31 \quad (\text{ऋणात्मक}) \end{aligned}$$

मूलों का अस्तित्व नहीं है।

(ii)  $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$$

$$a = 3, \quad b = -4\sqrt{3}, \quad c = 4$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow b^2 - 4ac &= (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4) \\ &= 16(3) - 48 \\ &= 48 - 48 \\ &= 0 \end{aligned}$$

दो समान वास्तविक मूल होंगे।

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-4\sqrt{3}) \pm 0}{2(3)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{2(3)}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{2\sqrt{3}}{3}} \quad \boxed{\text{मूल} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

या

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad , \Rightarrow \boxed{x = \frac{2}{\sqrt{3}}} \quad \boxed{\text{मूल} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}}$$

(iii)  $2x^2 - 6x + 3 = 0$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$a = 2, \quad b = -6, \quad c = 3$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(2)(3)$$

$$= 36 - 24$$

$$= 12 \text{ (धनात्मक)}$$

(दो भिन्न वास्तविक मूल होंगे।)

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-6 \pm \sqrt{12})}{2(2)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 3}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2(3 \pm \sqrt{3})}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \quad , \Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{मूल} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}, \frac{3 - \sqrt{3}}{2}}$$



**प्रश्न-2** निम्न प्रत्येक द्विघात समीकरण में  $k$  का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर मूल हों।

(i)  $2x^2 + kx + 3 = 0$   
 $\Rightarrow 2x^2 + kx + 3 = 0$   
 $a = 2, \quad b = k, \quad c = 3$   
 $\therefore$  दोनों मूल बराबर हैं  
 $\therefore b^2 - 4ac = 0$   
 $\Rightarrow k^2 - 4(2)(3) = 0$   
 $\Rightarrow k^2 - 24 = 0$   
 $\Rightarrow k^2 = 24$   
 $\Rightarrow k = \pm \sqrt{24}$   
 $\Rightarrow k = \pm \sqrt{4 \times 6}$   
 $\Rightarrow k = \pm 2\sqrt{6}$   
 $\Rightarrow \boxed{k = 2\sqrt{6}}, \quad \boxed{k = -2\sqrt{6}}$

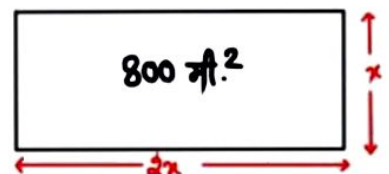
(ii)  $Kx(x-2) + 6 = 0$   
 $\Rightarrow Kx(x-2) + 6 = 0$   
 $\Rightarrow Kx^2 - 2Kx + 6 = 0$   
 $a = K, \quad b = -2K, \quad c = 6$   
 $\therefore$  दोनों मूल बराबर हैं  
 $\therefore b^2 - 4ac = 0$   
 $\Rightarrow (-2K)^2 - 4(K)(6) = 0$   
 $\Rightarrow 4K^2 - 24K = 0$   
 $\Rightarrow 4K(K-6) = 0$   
 $\Rightarrow 4K = 0, \Rightarrow K-6 = 0$   
 $\boxed{K = 0} \quad \boxed{K = 6}$

$K = 0$  सम्भव नहीं है क्योंकि  $K = 0$  होने पर ही नहीं समीकरण द्विघात नहीं होगी।

**प्रश्न-3** क्या एक ऐसी आम की बगिया बनाना सम्भव है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई से दुगुनी हो और उसका क्षेत्रफल  $800 \text{ म}^2$  हो? यदि है तो उसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात करो।  
हल-

माना चौड़ाई =  $x$  मीटर  
 अतः लम्बाई =  $2x$  मीटर

$\Rightarrow$  क्षेत्रफल = लम्बाई  $\times$  चौड़ाई  
 $\Rightarrow 800 = (2x)(x) \Rightarrow 800 = 2x^2$   
 $\Rightarrow \frac{800}{2} = x^2$



$$\Rightarrow x^2 = 400$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{400}$$

$$\Rightarrow x = \pm 20$$

$$x = 20 \text{ मी. } x = -20$$

अतः चौड़ाई  $x = 20$  मीटर  
लम्बाई  $2x = 40$  मीटर

**प्रश्न-4** दो मित्रों की आयु का योग 20 वर्ष है। चार वर्ष पूर्व उनकी आयु का गुणनफल 48 था। क्या यह स्थिति सम्भव है? यदि है तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।  
हल-

|             | वर्तमान आयु   | 4 वर्ष पूर्व आयु                   |
|-------------|---------------|------------------------------------|
| पहला मित्र  | $x$ वर्ष      | $(x-4)$ वर्ष                       |
| दूसरा मित्र | $(20-x)$ वर्ष | $(20-x-4)$ वर्ष<br>$[(16-x)$ वर्ष] |

$$\Rightarrow (x-4)(16-x) = 48$$

$$\Rightarrow 16x - x^2 - 64 + 4x = 48$$

$$\Rightarrow 20x - x^2 - 64 = 48$$

$$\Rightarrow 0 = 48 - 20x + x^2 + 64$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 112 = 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (20)^2 - 4(1)(112)$$

$$= 400 - 448$$

$$= -48 \text{ (ऋणात्मक)}$$

$\Rightarrow$  कोई वास्तविक मूल सम्भव नहीं है।

**प्रश्न-5** क्या परिमाण 80 m और क्षेत्रफल  $400 \text{ m}^2$  के एक पार्क को बनाना सम्भव है? यदि है, तो उसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।  
हल-

$$\Rightarrow \text{क्षेत्रफल} = xy$$

$$\Rightarrow xy = 400 \rightarrow (1)$$



$$\Rightarrow \text{परिमाण} = 2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$$

$$\Rightarrow 80 = 2(x+y)$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{80}{2}$$

$$\Rightarrow x+y = 40 \rightarrow (2)$$

$$y = 40 - x \rightarrow (3)$$

y का मान समीकरण ① में रखने पर →

$$\Rightarrow x y = 400$$

$$\Rightarrow x(40-x) = 400$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 = 400$$

$$\Rightarrow 0 = 400 - 40x + x^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 40x + 400 = 0}$$

$$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -40, \quad c = 400$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-40)^2 - 4(1)(400)$$
$$= 1600 - 1600 = 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

(दोनों मूल समान होंगे)

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-40) \pm 0}{2(1)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow \text{लम्बाई} = \text{चौड़ाई} = 20 \text{ मीटर}$$

---